

# Komutacioni sistemi

## Vjezbe 9

# Primjer 1

## Analiza M/M/S/0 reda čekanja

Dat je intenzitet saobraćaja  $\rho$ . Treba odrediti broj servera tako da vjerovatnoća blokiranja  $P_B$  bude manja od neke definisane vrijednosti (npr 0.1%). U tu svrhu se koristi Erlangova tablica. Na primjer neka je  $\rho=12.5$ ,  $P_B=5\%$  odrediti  $S$ .

Pogodna je i za proračun kapaciteta vodova koji povezuju komutatore kola.

# Analiza M/M/S/0 reda čekanja

Table 5-1. Erlang-B table.

$S$	1%	2%	3%	5%	7%
1	0.0101	0.0204	0.0309	0.0526	0.0753
2	0.153	0.223	0.282	0.381	0.470
3	0.455	0.602	0.715	0.899	1.06
4	0.869	1.09	1.26	1.52	1.75
5	1.36	1.66	1.88	2.22	2.50
6	1.91	2.28	2.54	2.96	3.30
7	2.50	2.94	3.25	3.74	4.14
8	3.13	3.63	3.99	4.54	5.00
9	3.78	4.34	4.75	5.37	5.88
10	4.46	5.08	5.53	6.22	6.78
11	5.16	5.84	6.33	7.08	7.69
12	5.88	6.61	7.14	7.95	8.61
13	6.61	7.40	7.97	8.83	9.54
14	7.35	8.20	8.80	9.73	10.5
15	8.11	9.01	9.65	10.6	11.4
16	8.88	9.83	10.5	11.5	12.4
17	9.65	10.7	11.4	12.5	13.4
18	10.4	11.5	12.2	13.4	14.3
19	11.2	12.3	13.1	14.3	15.3
20	12.0	13.2	14.0	15.2	16.3
21	12.8	14.0	14.9	16.2	17.3
22	13.7	14.9	15.8	17.1	18.2
23	14.5	15.8	16.7	18.1	19.2
24	15.3	16.6	17.6	19.0	20.2
25	16.1	17.5	18.5	20.0	21.2
26	17.0	18.4	19.4	20.9	22.2
27	17.8	19.3	20.3	21.9	23.2
28	18.6	20.2	21.2	22.9	24.2
29	19.5	21.0	22.1	23.8	25.2
30	20.3	21.9	23.1	24.8	26.2

# Analiza M/M/S/0 reda čekanja (detaljnija tabela)

S/Ps	0.01	0.05	0.1	0.5	1	2	5	10	15	20	30	40
1	.0001	.0005	.0010	.0050	.0101	.0204	.0526	.1111	.1765	.2500	.4286	.6667
2	.0142	.0321	.0458	.1054	.1526	.2235	.3813	.5954	.7962	1.000	1.449	2.000
3	.0868	.1517	.1938	.3490	.4555	.6022	.8994	1.271	1.603	1.930	2.633	3.480
4	.2347	.3624	.4393	.7012	.8694	1.092	1.525	2.045	2.501	2.945	3.891	5.021
5	.4520	.6486	.7621	1.132	1.361	1.657	2.219	2.881	3.454	4.010	5.189	6.596
6	.7282	.9957	1.146	1.622	1.909	2.276	2.960	3.758	4.445	5.109	6.514	8.191
7	1.054	1.392	1.579	2.158	2.501	2.935	3.738	4.666	5.461	6.230	7.856	9.800
8	1.422	1.830	2.051	2.730	3.128	3.627	4.543	5.597	6.498	7.369	9.213	11.42
9	1.826	2.302	2.558	3.333	3.783	4.345	5.370	6.546	7.551	8.522	10.58	13.05
10	2.260	2.803	3.092	3.961	4.461	5.084	6.216	7.511	8.616	9.685	11.95	14.68
11	2.722	3.329	3.651	4.610	5.160	5.842	7.076	8.487	9.691	10.86	13.33	16.31
12	3.207	3.878	4.231	5.279	5.876	6.615	7.950	9.474	10.78	12.04	14.72	17.95
13	3.713	4.447	4.831	5.964	6.607	7.402	8.835	10.47	11.87	13.22	16.11	19.60
14	4.239	5.032	5.446	6.663	7.352	8.200	9.730	11.47	12.97	14.41	17.50	21.24
15	4.781	5.634	6.077	7.376	8.108	9.010	10.63	12.48	14.07	15.61	18.90	22.89
16	5.339	6.250	6.722	8.100	8.875	9.828	11.54	13.50	15.18	16.81	20.30	24.54
17	5.911	6.878	7.378	8.834	9.652	10.66	12.46	14.52	16.29	18.01	21.70	26.19
18	6.496	7.519	8.046	9.578	10.44	11.49	13.39	15.55	17.41	19.22	23.10	27.84
19	7.093	8.170	8.724	10.33	11.23	12.33	14.32	16.58	18.53	20.42	24.51	29.50
20	7.701	8.831	9.412	11.09	12.03	13.18	15.25	17.61	19.65	21.64	25.92	31.15

# Analiza M/M/S/0 reda čekanja (detaljnija tabela)

21	8.319	9.501	10.11	11.86	12.84	14.04	16.19	18.65	20.77	22.85	27.33	32.81
22	8.946	10.18	10.81	12.64	13.65	14.90	17.13	19.69	21.90	24.06	28.74	34.46
23	9.583	10.87	11.52	13.42	14.47	15.76	18.08	20.74	23.03	25.28	30.15	36.12
24	10.23	11.56	12.24	14.20	15.30	16.63	19.03	21.78	24.16	26.50	31.56	37.78
25	10.88	12.26	12.97	15.00	16.13	17.51	19.99	22.83	25.30	27.72	32.97	39.44
26	11.54	12.97	13.70	15.80	16.96	18.38	20.94	23.89	26.43	28.94	34.39	41.10
27	12.21	13.69	14.44	16.60	17.80	19.27	21.90	24.94	27.57	30.16	35.80	42.76
28	12.88	14.41	15.18	17.41	18.64	20.15	22.87	26.00	28.71	31.39	37.21	44.41
29	13.56	15.13	15.93	18.22	19.49	21.04	23.83	27.05	29.85	32.61	38.63	46.07
30	14.25	15.86	16.68	19.03	20.34	21.93	24.80	28.11	31.00	33.84	40.05	47.74
31	14.94	16.60	17.44	19.85	21.19	22.83	25.77	29.17	32.14	35.07	41.46	49.40
32	15.63	17.34	18.21	20.68	22.05	23.73	26.75	30.24	33.28	36.30	42.88	51.06
33	16.34	18.09	18.97	21.51	22.91	24.63	27.72	31.30	34.43	37.52	44.30	52.72
34	17.04	18.84	19.74	22.34	23.77	25.53	28.70	32.37	35.58	38.75	45.72	54.38
35	17.75	19.59	20.52	23.17	24.64	26.44	29.68	33.43	36.72	39.99	47.14	56.04
36	18.47	20.35	21.30	24.01	25.51	27.34	30.66	34.50	37.87	41.22	48.56	57.70
37	19.19	21.11	22.08	24.85	26.38	28.25	31.64	35.57	39.02	42.45	49.98	59.37
38	19.91	21.87	22.86	25.69	27.25	29.17	32.62	36.64	40.17	43.68	51.40	61.03
39	20.64	22.64	23.65	26.53	28.13	30.08	33.61	37.72	41.32	44.91	52.82	62.69
40	21.37	23.41	24.44	27.38	29.01	31.00	34.60	38.79	42.48	46.15	54.24	64.35
41	22.11	24.19	25.24	28.23	29.89	31.92	35.58	39.86	43.63	47.38	55.66	66.02
42	22.85	24.97	26.04	29.09	30.77	32.84	36.57	40.94	44.78	48.62	57.08	67.68
43	23.59	25.75	26.84	29.94	31.66	33.76	37.57	42.01	45.94	49.85	58.50	69.34

# Analiza M/M/S/0 reda čekanja (detaljnija tabela)

44	24.33	26.53	27.64	30.80	32.54	34.68	38.56	43.09	47.09	51.09	59.92	71.01
45	25.08	27.32	28.45	31.66	33.43	35.61	39.55	44.17	48.25	52.32	61.35	72.67
46	25.83	28.11	29.26	32.52	34.32	36.53	40.55	45.24	49.40	53.56	62.77	74.33
47	26.59	28.90	30.07	33.38	35.22	37.46	41.54	46.32	50.56	54.80	64.19	76.00
48	27.34	29.70	30.88	34.25	36.11	38.39	42.54	47.40	51.71	56.03	65.61	77.66
49	28.10	30.49	31.69	35.11	37.00	39.32	43.53	48.48	52.87	57.27	67.04	79.32
50	28.87	31.29	32.51	35.98	37.90	40.26	44.53	49.56	54.03	58.51	68.46	80.99
51	29.63	32.09	33.33	36.85	38.80	41.19	45.53	50.64	55.19	59.75	69.88	82.65
52	30.40	32.90	34.15	37.72	39.70	42.12	46.53	51.73	56.35	60.99	71.31	84.32
53	31.17	33.70	34.98	38.60	40.60	43.06	47.53	52.81	57.50	62.22	72.73	85.98
54	31.94	34.51	35.80	39.47	41.51	44.00	48.54	53.89	58.66	63.46	74.15	87.65
55	32.72	35.32	36.63	40.35	42.41	44.94	49.54	54.98	59.82	64.70	75.58	89.31
56	33.49	36.13	37.46	41.23	43.32	45.88	50.54	56.06	60.98	65.94	77.00	90.97
57	34.27	36.95	38.29	42.11	44.22	46.82	51.55	57.14	62.14	67.18	78.43	92.64
58	35.05	37.76	39.12	42.99	45.13	47.76	52.55	58.23	63.31	68.42	79.85	94.30
59	35.84	38.58	39.96	43.87	46.04	48.70	53.56	59.32	64.47	69.66	81.27	95.97
60	36.62	39.40	40.80	44.76	46.95	49.64	54.57	60.40	65.63	70.90	82.70	97.63
61	37.41	40.22	41.63	45.64	47.86	50.59	55.57	61.49	66.79	72.14	84.12	99.30
62	38.20	41.05	42.47	46.53	48.77	51.53	56.58	62.58	67.95	73.38	85.55	101.0
63	38.99	41.87	43.31	47.42	49.69	52.48	57.59	63.66	69.11	74.63	86.97	102.6
64	39.78	42.70	44.16	48.31	50.60	53.43	58.60	64.75	70.28	75.87	88.40	104.3
65	40.58	43.52	45.00	49.20	51.52	54.38	59.61	65.84	71.44	77.11	89.82	106.0

# Analiza M/M/S/0 reda čekanja (detaljnija tabela)

66	41.38	44.35	45.85	50.09	52.44	55.33	60.62	66.93	72.60	78.35	91.25	107.6
67	42.17	45.18	46.69	50.98	53.35	56.28	61.63	68.02	73.77	79.59	92.67	109.3
68	42.97	46.02	47.54	51.87	54.27	57.23	62.64	69.11	74.93	80.83	94.10	111.0
69	43.77	46.85	48.39	52.77	55.19	58.18	63.65	70.20	76.09	82.08	95.52	112.6
70	44.58	47.68	49.24	53.66	56.11	59.13	64.67	71.29	77.26	83.32	96.95	114.3
71	45.38	48.52	50.09	54.56	57.03	60.08	65.68	72.38	78.42	84.56	98.37	116.0
72	46.19	49.36	50.94	55.46	57.96	61.04	66.69	73.47	79.59	85.80	99.80	117.6
73	47.00	50.20	51.80	56.35	58.88	61.99	67.71	74.56	80.75	87.05	101.2	119.3
74	47.81	51.04	52.65	57.25	59.80	62.95	68.72	75.65	81.92	88.29	102.7	120.9
75	48.62	51.88	53.51	58.15	60.73	63.90	69.74	76.74	83.08	89.53	104.1	122.6
76	49.43	52.72	54.37	59.05	61.65	64.86	70.75	77.83	84.25	90.78	105.5	124.3
77	50.24	53.56	55.23	59.96	62.58	65.81	71.77	78.93	85.41	92.02	106.9	125.9
78	51.05	54.41	56.09	60.86	63.51	66.77	72.79	80.02	86.58	93.26	108.4	127.6
79	51.87	55.25	56.95	61.76	64.43	67.73	73.80	81.11	87.74	94.51	109.8	129.3
80	52.69	56.10	57.81	62.67	65.36	68.69	74.82	82.20	88.91	95.75	111.2	130.9
81	53.51	56.95	58.67	63.57	66.29	69.65	75.84	83.30	90.08	96.99	112.6	132.6
82	54.33	57.80	59.54	64.48	67.22	70.61	76.86	84.39	91.24	98.24	114.1	134.3
83	55.15	58.65	60.40	65.39	68.15	71.57	77.87	85.48	92.41	99.48	115.5	135.9
84	55.97	59.50	61.27	66.29	69.08	72.53	78.89	86.58	93.58	100.7	116.9	137.6
85	56.79	60.35	62.14	67.20	70.02	73.49	79.91	87.67	94.74	102.0	118.3	139.3
86	57.62	61.21	63.00	68.11	70.95	74.45	80.93	88.77	95.91	103.2	119.8	140.9
87	58.44	62.06	63.87	69.02	71.88	75.42	81.95	89.86	97.08	104.5	121.2	142.6
88	59.27	62.92	64.74	69.93	72.82	76.38	82.97	90.96	98.25	105.7	122.6	144.3
89	60.10	63.77	65.61	70.84	73.75	77.34	83.99	92.05	99.41	107.0	124.0	145.9
90	60.92	64.63	66.48	71.76	74.68	78.31	85.01	93.15	100.6	108.2	125.5	147.6

# Analiza M/M/S/0 reda čekanja (detaljnija tabela)

91	61.75	65.49	67.36	72.67	75.62	79.27	86.04	94.24	101.8	109.4	126.9	149.3
92	62.58	66.35	68.23	73.58	76.56	80.24	87.06	95.34	102.9	110.7	128.3	150.9
93	63.42	67.21	69.10	74.50	77.49	81.20	88.08	96.43	104.1	111.9	129.8	152.6
94	64.25	68.07	69.98	75.41	78.43	82.17	89.10	97.53	105.3	113.2	131.2	154.3
95	65.08	68.93	70.85	76.33	79.37	83.13	90.12	98.63	106.4	114.4	132.6	155.9
96	65.92	69.79	71.73	77.24	80.31	84.10	91.15	99.72	107.6	115.7	134.0	157.6
97	66.75	70.65	72.61	78.16	81.25	85.07	92.17	100.8	108.8	116.9	135.5	159.3
98	67.59	71.52	73.48	79.07	82.18	86.04	93.19	101.9	109.9	118.2	136.9	160.9
99	68.43	72.38	74.36	79.99	83.12	87.00	94.22	103.0	111.1	119.4	138.3	162.6
100	69.27	73.25	75.24	80.91	84.06	87.97	95.24	104.1	112.3	120.6	139.7	164.3

S is the number of servers. The numerical column headings indicate blocking probability  $P_s$  in %. Table generated by Dan Dexter



## Primjer 2

U GSM sistemu posmatra se jedna ćelija.

Izvesti izraz za vjerovatnoća blokiranja?

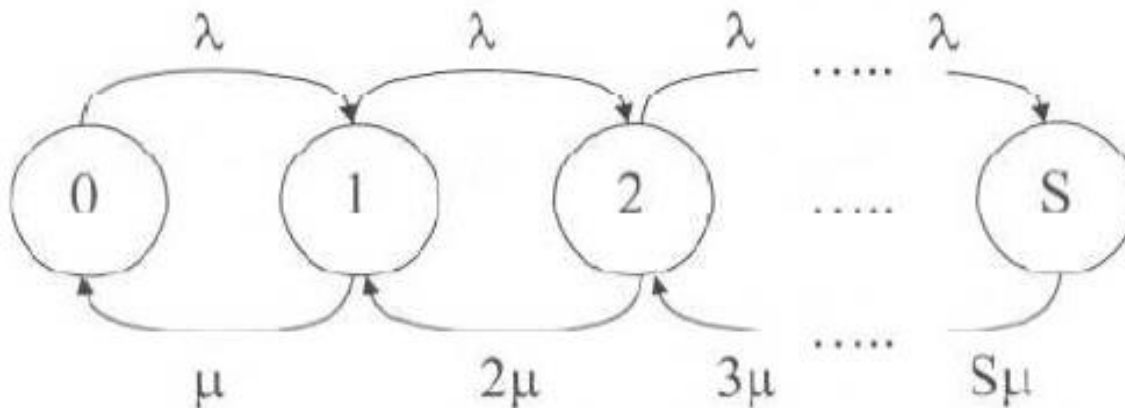
Uz koji intenzitet saobraćaja će vjerovatnoće blokiranja biti: 0.01%, 0.05%, 0.1%, 0.5%, 1%, 2%, 5%, 10%?

Uz vjerovatnoću blokiranja od 15% odrediti koliko iznosi srednja dolazna brzina?

# Primjer 2

Za M/M/S/0 red čekanja

- Poasonov dolazni proces srednje dolazne brzine  $\lambda$
- Eksponencijalno vrijeme posluživanja parametra  $\mu$
- S servera
- Nema prostora za baferovanje
- Beskonačan broj izvora saobraćaja



## Primjer 2

$$P_i = \frac{\rho^i}{i!} P_0$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^S \frac{\rho^i}{i!}}$$

$$P_B \equiv P_S = \frac{\rho^S}{S! \sum_{i=0}^S \frac{\rho^i}{i!}}$$

$$P_b = \frac{\rho^6}{6! \sum_{i=0}^6 \frac{\rho^i}{i!}}$$

## Primjer 2

Uz koji intenzitet saobraćaja će vjerovatnoće blokiranja biti:

0.01%, 0.05%, 0.1%,  
0.5%, 1%, 2%, 5%, 10%?

Iz Erlang tabele za  $S=6$  slijedi:

0.7282 , 0.9957 , 1.146 ,  
1.622 , 1.909, 2.276 , 2.960 , 3.758

## Primjer 2

Iz Erlang tabele za  $S=6$  i  $P_b=15\%$  slijedi:

$$\rho = 4,445$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\mu = 13Kb / s$$

$$\lambda = 57,8Kb / s$$

## Primjer 3

Koliko iznosi maksimalan broj korisnika sektora bazne stanice konfiguracije 1 (6 govornih kanala na uplinku i downlinku) koji se može poslužiti u ČNO ako je politikom kompanije definisano da je nivo odbačenih poziva 0.1%. Svaki korisnik prosječno u ČNO generiše saobraćaj intenziteta 15mE. Šta se dešava kada je konfiguracija sektora 2 ( $S=12$ ) i 4 ( $S=24$ )?

## Primjer 3

Konfiguracija sektora 1 (S=6)?

Za S=6 i Pb=0.1% je intenzitet saobraćaja 1.146

$$N \cdot 0.015 \leq 1.146$$

$$N \leq 76.4$$

$$N = 76$$

## Primjer 3

Konfiguracija sektora 2 (S=12)

Za S=12 i Pb=0.1% je intenzitet saobraćaja 4.231

$$N \cdot 0.015 \leq 4.231$$

$$N \leq 282.1$$

$$N=282$$



## Primjer 3

Konfiguracija sektora 4 (S=24)

Za S=24 i Pb=0.1% je intenzitet saobraćaja 12.24

$$N \cdot 0.015 \leq 12.24$$

$$N \leq 816$$

$$N=816$$

## Primjer 4

Kakvi su rezultati za prethodni zadatak ako se uvijek još po jedan kanal dodjeljuje GPRS servisu?

## Primjer 4

Konfiguracija sektora 1 (S=5)?

Za S=5 i Pb=0.1% je intenzitet saobraćaja 0.7621

$$N \cdot 0.015 \leq 1.146$$

$$N \leq 50.8$$

$$N=59$$

## Primjer 4

Konfiguracija sektora 2 (S=10)

Za S=10 i Pb=0.1% je intenzitet saobraćaja 3.092

$$N \cdot 0.015 \leq 3.092$$

$$N \leq 216.1$$

$$N=216$$

## Primjer 4

Konfiguracija sektora 4 ( $S=20$ )

Za  $S=20$  i  $P_b=0.1\%$  je intenzitet saobraćaja 9.412

$$N \cdot 0.015 \leq 9.412$$

$$N \leq 627.4$$

$$N=627$$

## Primjer 5

E1 linija se koristi za povezivanje dvije tel. centrale. Koliko iznosi intenzitet saobraćaja tako da vjerovatnoća blokiranja bude 0.1?

Koliko iznosi iskorišćenje odlaznog linka?

## Primjer 5

Za  $S=30$  i  $P_b=10\%$  je intenzitet saobraćaja  
 $28.11E$

Iskorišćenje linka je

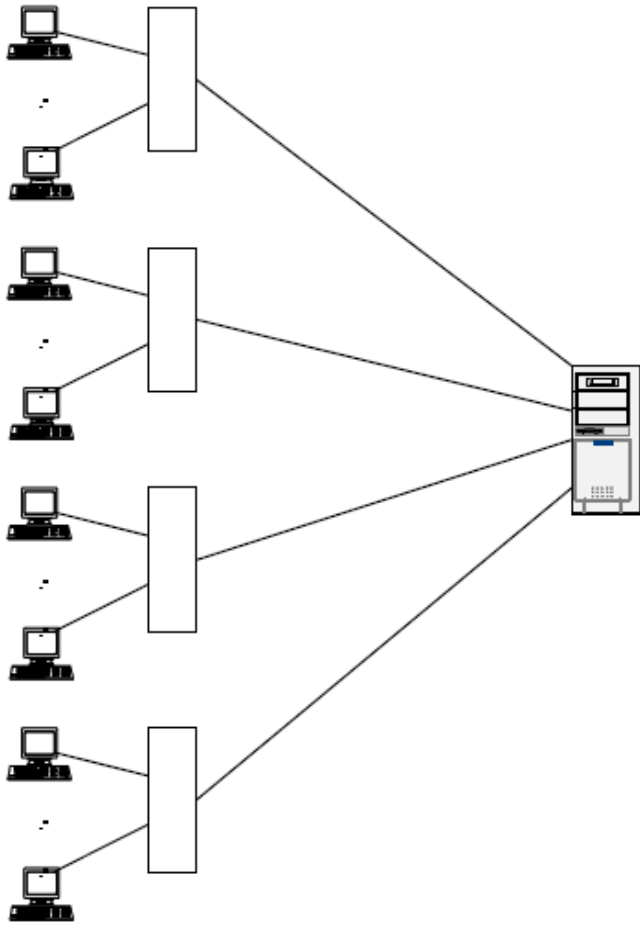
$$(1-P_b)28.11/30=0.9*28.11/30=0.8433$$

## Primjer 6

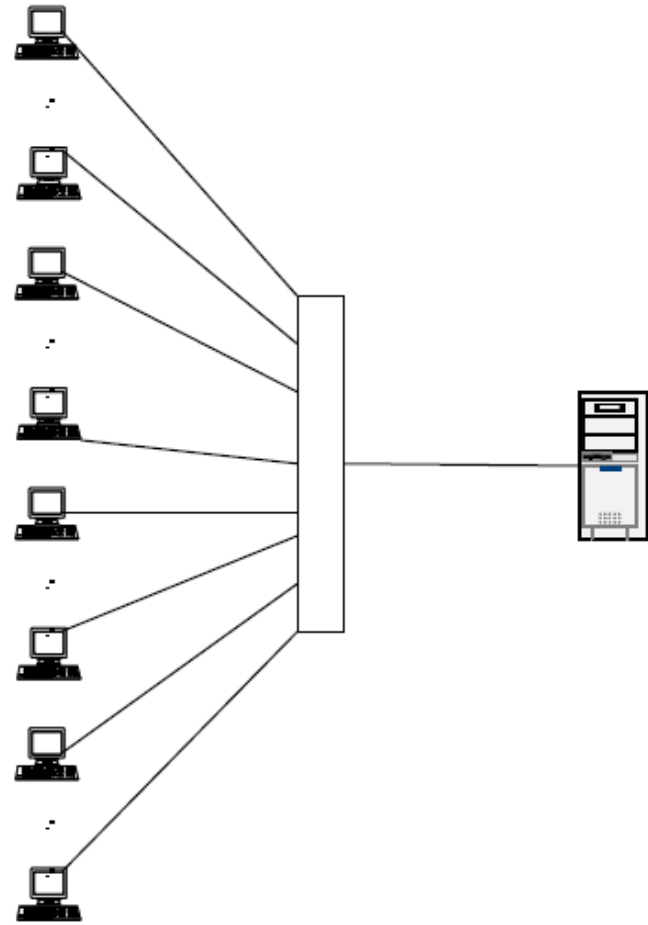
Četiri grupe terminala se povezuju na server preko iznajmljenih linija, kao što je prikazano na slici. Na slici pod a) saobraćaj iz grupa se prenosi preko odvojenih linija, dok se na slici pod b) saobraćaj koncentriše i prenosi preko zajedničke linije. Odrediti ukupan broj kanala potrebnih u oba slučaja tako da je maksimalna vjerovatnoća blokiranja 0.05. Pretpostaviti 22 terminala u svakoj grupi i da je svaki terminal aktivan 10% vremena.



# Primjer 6



a)



b)

## Primjer 6

a) U svakoj grupi intenzitet saobraćaja je  $2.2E$ .  
Za  $P_b=5\%$  slijedi  $S=5$ , pa je potrebno  $4*5=20$   
kanala

b) Intenzitet saobraćaja je  $4*2.2=8.8E$ .  
Za  $P_b=5\%$  slijedi  $S=13$ , pa je potrebno 13  
kanala.

# Primjer 7

Na telefonsku centralu je vezano 800 korisnika od kojih svako prosječno generiše 5 minuta lokalnog, dva minuta odlaznog i jedan minut dolaznog poziva tokom ČNO. Upravljački organ centale može jednovremeno da posluži 90 lokalnih, odlaznih i dolaznih poziva. Centrala je povezana sa tranzitnom centralom preko jednog prenosnika koji može imati  $n$  E1linkova.

- a) Kolika je vjerovatnoća blokiranja upravljačkog organa?
- b) Koliki je potreban broj E1 linkova  $n$ , ako je politikom kompanije utvrđeno da je vjerovatnoća blokiranja prenosnika jednaka 1%.
- c) Ponoviti a. i b. za slučaj vanredne situacije kada se prosječno trajanje poziva poveća dva puta.

## Primjer 7

$$\rho_{lok} = \frac{5}{60} 800 = 66.67$$

$$\rho_{odl} = \frac{2}{60} 800 = 26.67$$

$$\rho_{dol} = \frac{1}{60} 800 = 13.33$$

a) Vjerovatnoća blokiranja upravljačkog organa

$$\rho = \rho_{lok} + \rho_{odl} + \rho_{dol} = \frac{320}{3} = 106.67$$

$$S = 90$$

$$15\% < P_b < 20\%$$

# Primjer 7

b) Potreban broj E1 linkova, ako je politikom kompanije utvrđeno da je vjerovatnoća blokiranja prenosnika jednaka 1%.

$$\rho_{pren} = \rho_{odl} + \rho_{dol} = \frac{120}{3} = 40$$

$$P_b = 1\%$$

$$S = 53$$

$$S = n * 30$$

$$n = 2$$

## Primjer 7

$$\rho_{lok} = \frac{10}{60} 800 = 133.7$$

$$\rho_{odl} = \frac{4}{60} 800 = 53.7$$

$$\rho_{dol} = \frac{2}{60} 800 = 26.7$$

c) Vjerovatnoća blokiranja upravljačkog organa

$$\rho = \rho_{lok} + \rho_{odl} + \rho_{dol} = 213.3$$

$$S = 90$$

$$P_b > 40\%$$

# Primjer 7

c) Potreban broj E1 linkova, ako je politikom kompanije utvrđeno da je vjerovatnoća blokiranja prenosnika jednaka 1%.

$$\rho_{pren} = \rho_{odl} + \rho_{dol} = 80$$

$$P_b = 1\%$$

$$S = 96$$

$$S = n * 30$$

$$n = 4$$

# Primjer 8

Posmatra se izvor video saobraćaja varijabilne brzine signaliziranja, koga karakteriše Markovljev lanac dat na slici. Izvor može biti u jednom od 6 stanja,  $i=0, 1, \dots, 5$ . Kada je u stanju  $i$  izvor generiše saobraćaj brzine  $iV$  b/s.

Odrediti vjerovatnoće stanja u funkciji  $\lambda$  i  $\mu$

Odrediti srednju brzinu signaliziranja i odnos maksimalne i srednje brzine signaliziranja.

